

Gradivo iz fizike – teorija

KINEMATIKA :

gibanje – promjena položaja (tijela u odnosu na okolinu)
 promjena (neke veličine) – razlika između konačnog i početnog stanja (te veličine)

$$\Delta x = x_2 - x_1$$

Bitno je razlikovati dva važna pojma u kinematici:

put – (može biti) bilo koja udaljenost između dvije točke putanje tijela (skalarna veličina)

pomak – najkraća udaljenost između dvije točke putanje tijela (vektorska veličina)

Nejednoliko gibanje

- to je najčešće gibanje u prirodi; tijelo se giba po putanji nepravilnog oblika i u različitim vremenskim intervalima prelazi različite putove
 Tada se srednja (prosječna) brzina računa po formuli:

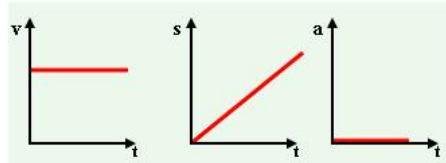
$$\bar{v} = \frac{S_{uk}}{t_{uk}} = \frac{s_1 + s_2 + s_3 + \dots}{t_1 + t_2 + t_3 + \dots} \left[\frac{m}{s} \right]$$

Gibanje po pravcu

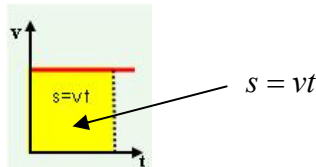
Jednoliko gibanje po pravcu

definicija – to je gibanje sa stalnom brzinom : $\vec{v} = konst.$ $\Rightarrow v = \frac{s}{t} \left[\frac{m}{s} \right]$

grafički prikaz :



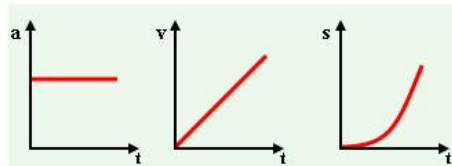
put je površina lika u v/t grafu :



Jednoliko ubrzano gibanje po pravcu

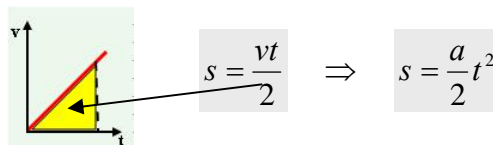
definicija – to je gibanje sa stalnom akceleracijom (ubrzanjem) : $\vec{a} = konst.$ $\Rightarrow a = \frac{v}{t} \left[\frac{m}{s^2} \right]$

grafički prikaz :



$$v = at$$

put je površina lika u v/t grafu :



primjer : slobodni pad je primjer jednoliko ubrzanog gibanja sa akceleracijom g : $g = 9,81 \frac{m}{s^2} \approx 10 \frac{m}{s^2}$

Vektori

Definicija vektora :
vektor je veličina koja ima ova svojstva :

1. duljinu (modul, iznos)
2. smjer
3. orijentaciju



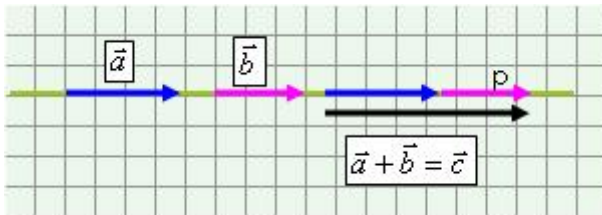
Točka u kojoj vektor počinje nazivamo *hvatište* vektora.

Primjeri vektorskih veličina u fizici : pomak, brzina, ubrzanje, sila,

Općenito, vektori se mogu zbrajati ili oduzimati i mogu se, po potrebi, rastavljati na komponente.

PRAVILA za zbrajanje vektora

Kada su vektori na istom pravcu ili na paralelnim pravcima:



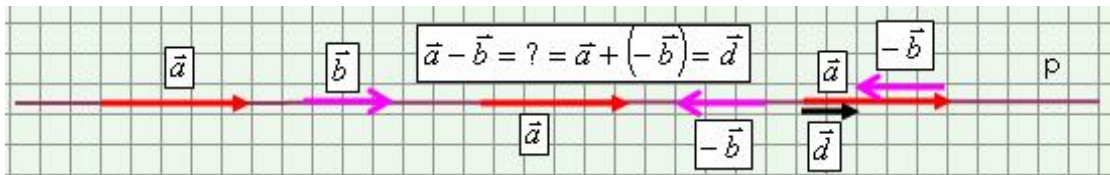
p – pravac

\vec{a}, \vec{b} – komponente (sastavnice)

\vec{c} – rezultanta

Oduzimanje vektora je **ZBRAJANJE SUPROTNOG** vektora.

Suprotni vektor od npr. vektora \vec{a} je vektor $(-\vec{a})$.

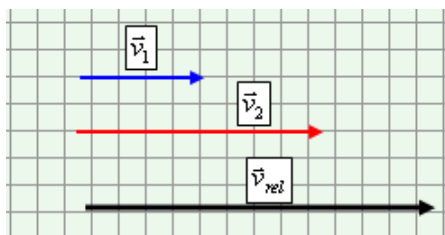


Dodatak : **Zbrajanje brzina**

Pojam relativne brzine, v_{rel}

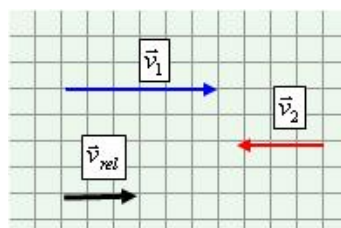
Kada se tijela gibaju po istom ili po paralelnim pravcima, relativna brzina je:

I. u slučaju da tijela imaju brzine istih orijentacija :



$$\vec{v}_{rel} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2$$

II. u slučaju da tijela imaju brzine u suprotnih orijentacija :



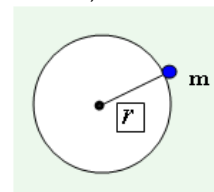
$$\vec{v}_{rel} = \vec{v}_1 - \vec{v}_2$$

Jednoliko gibanje po kružnici

definicija – to je gibanje sa brzinom stalnog iznosa (obodna ili ophodna ili linijska brzina, v) :

$$v = \frac{2r\pi}{T}$$

$$v = r\omega$$



T – period

ω – kutna brzina

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$v = konst. \Rightarrow \omega = konst.$$

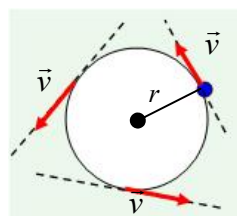
$$f = \frac{1}{T} [s^{-1} = Hz]$$

$$\omega = 2\pi f$$

Frekvencija je broj periodičnih događaja u jedinici vremena : $f = \frac{N}{t} \Rightarrow v = 2r\pi f$

Iako je gibanje po kružnici primjer gibanja sa brzinom stalnog iznosa, smjer brzine nije stalan, mijenja se :

Vektor brzine je uvijek tangencijalan na kružnicu :
okomit na radijus



Budući da postoji promjena brzine, zapravo znači da mora postojati i ubrzanje :

$$a = \frac{v^2}{r} \left[\frac{m}{s^2} \right]$$

$$\text{ili } a = \omega^2 r$$

Time je jasno da će postojati i sila koja će uzrokovati / podržavati to gibanje – sila nosi naziv :

CENTRIPETALNA SILA - \vec{F}_{cp} (iz 2.Newtonovog zakona proizlazi) $\Rightarrow F_{cp} = m \frac{v^2}{r} [N]$

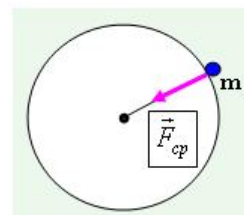
Važna napomena : centripetalna sila je usmjerena prema središtu kružnice – ona je **RADIJALNA** sila (slika) :

$$\vec{F}_{cp} = m \cdot \vec{a}_{cp}$$

Smjer centripetalne sile određen je smjerom centripetalne akceleracije. Dakle, time je jednoliko gibanje po kružnici zapravo ubrzano gibanje.

Vrlo često se sreće primjer da druge sile imaju ulogu centripetalne sile :

- gibanje planeta oko Sunca : $F_{cp} = F_g \Rightarrow m \frac{v^2}{r} = mg$
- gibanje naboja u magnetskom polju okomito na silnice : $F_{cp} = F_L \Rightarrow m \frac{v^2}{r} = QvB$



Centripetalna sila u primjerima

DA BI TIJELO STALNO KRUŽILO POTREBNA JE SILA KOJA ĆE GA ODRŽAVATI NA KRUŽNOJ PUTANJI. Dakle, centripetalna sila nije neka nova sila, već ona nastaje kao rezultanta nekih drugih sile. Kaže se da ulogu centripetalne sile igraju razne sile – sila trenja, gravitacijska sila (planeti), napetost niti (praćka), i sl.

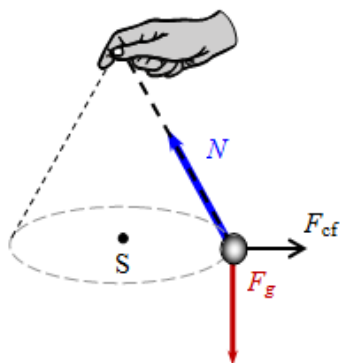
Dodatak - Centrifugalna sila

CENTRIFUGALNA sila je inercijska sila koja se javlja prilikom gibanja tijela pri kružnici.

F_i - INERCIJSKA - sila javlja se u ubrzanim sustavima

- posljedica tromosti tijela
- nerealna sila (nije rezultata međudjelovanja dva tijela)
- nema protusilu, za nju ne vrijedi 3. Newtonov zakon

(SVAKA REALNA sila ima PROTUSILU).



Primjer : Vrtuljak

a) Promatranje gibanja iz sustava tzv. mirnog promatrača : $\vec{F}_{cp} = \vec{N} + \vec{F}_g$

Centripetalna sila je zbroj gravitacijske sile i sile napetosti niti.

b) Promatranje gibanja iz sustava tijela koje se giba po kružnici : $\vec{F}_{cf} = \vec{N} + \vec{F}_g$

Centrifugalna sila uravnotežena je sa gravitacijskom silom i silom napetosti niti.

Ukupna sila na tijelo je 0.

Tijelo kaže: „Ja mirujem, a sve oko mene se vrti !“

Najčešći zadatak sa centrifugalnom silom je kada se pita koliki bi morao biti period rotacije Zemlje da tijela na ekvatoru ne pritišću podlogu. Takav primjer se rješava jednostavnom činjenicom da centrifugalna sila poništava gravitacijsku i ukupna sila na tijelo, u njegovom vlastitom sustavu, je nula. Tada tijelo nema težinu, tj. u bestežinskom je stanju :

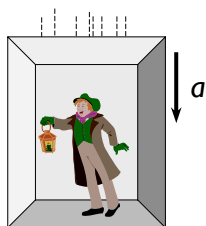
$$\left. \begin{aligned} F_{cf} &= F_g \\ m \frac{v^2}{R_Z} &= mg \quad \text{i} \quad v = \frac{2R_Z\pi}{T} \end{aligned} \right\} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{R_Z \cdot g}$$

UBRZANI SUSTAVI – dizalo

Na dizalo i sva tijela u njemu djeluje inercijska sila, koja uzrokuje promjenu težine tijela.

G – težina tijela u mirujućem dizalu G' – težina tijela u dizalu koji ubrzava/usporeva

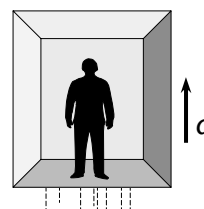
a) ubrzava prema dolje - težina se smanjuje



$$G' < G$$

$$G' = G - ma = m(g - a)$$

b) ubrzava prema gore – težina se povećava



$$G' > G$$

$$G' = G + ma$$

$$G = m(a + g)$$

Složena gibanja

Složeno gibanje → sastavljeno od dva ili više jednostavnih gibanja.

Jednostava gibanja su:

- jednoliko gibanje po pravcu
- jednoliko ubrzano gibanje po pravcu

Vrste složenih gibanja:

- 1) Vertikalni hitac
- 2) Horizontalni Hitac
- 3) Kosi Hitac
- 4) Gibanje po kružnici

→ za složena gibanja vrijedi tzv. **načelo neovisnosti gibanja** : jednostavna gibanja na koja se može rastaviti složeno gibanje, ne utječu jedno na drugo (neovisne su) i događaju se istovremeno

Od složenih gibanja proučit ćemo samo :

- Vertikalni hitac
- Horizontalni hitac

Ovdje još pripada gibanje po kružnici i kosi hitac. Naravno, također i sve moguće kombinacije navedenih gibanja.

Vertikalni i horizontalni hitac

definicija – to su gibanja koja se sastoje od dva ili više jednostavna gibanja

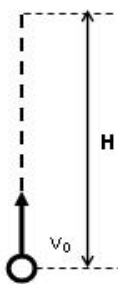
jednostavna gibanja su : jednoliko gibanje po pravcu i jednoliko ubrzano gibanje po pravcu

Za složena gibanja vrijedi načelo neovisnosti gibanja, koje glasi :

Jednostavna gibanja, od kojih je sastavljeno složeno gibanje, odvijaju se nezavisno i traju jednako dugo.

Vertikalni hitac

Vertikalni hitac **prema gore** :



definicija – to je složeno gibanje koje se sastoji od jednolikog gibanja s početnom brzinom v_0 u vertikalnom pravcu prema gore i slobodnog pada

Napomena : razlikujmo pojmove – *vertikalno* ... određeno pravcem djelovanja gravitacijske sile
- *horizontalno* okomito je na vertikalno

formule :

h – visina u bilo kojem trenutku
 v – brzina u bilo kojem trenutku

$$h = v_0 t - \frac{g}{2} t^2$$

$$v = v_0 - gt$$

$$v^2 = v_0^2 - 2gs$$

$$v = 0 \Rightarrow v_0 = gt_p$$

Domet, H :

t_p - vrijeme „penjanja“

$$H = \frac{g}{2} t_p^2$$

$$t_p = \frac{v_0}{g}$$

$$H = \frac{v_0^2}{2g}$$

Vertikalni hitac **prema dolje** : to je složeno gibanje koje se sastoji od jednolikog gibanja s početnom brzinom v_0 u vertikalnom pravcu prema dolje i slobodnog pada

Formule : $s = v_0 t + \frac{g}{2} t^2$ $v = v_0 + gt$ $v^2 = v_0^2 + 2gs$

Horizontalni hitac

definicija – to je složeno gibanje koje se sastoji od jednolikog gibanja po horizontalnom pravcu sa početnom brzinom v_0 i slobodnog pada

T – oznaka za ukupno vrijeme horizontalnog hica (dok ne dostigne domet D)

Formule: (po načelu neovisnosti gibanja, pišu se za svaku komponentu puta posebno)

$$x = v_0 t$$

$$y = \frac{g}{2} t^2$$

uočite da vrijeme slobodnog pada odgovara vremenu jednolikog gibanja

domet : $D = v_0 T = v_0 \sqrt{\frac{2H}{g}}$ $T = \sqrt{\frac{2H}{g}}$, dobije se iz formule za H

H – visina s koje se tijelo baca (najveći y)

D – domet (najveći x)

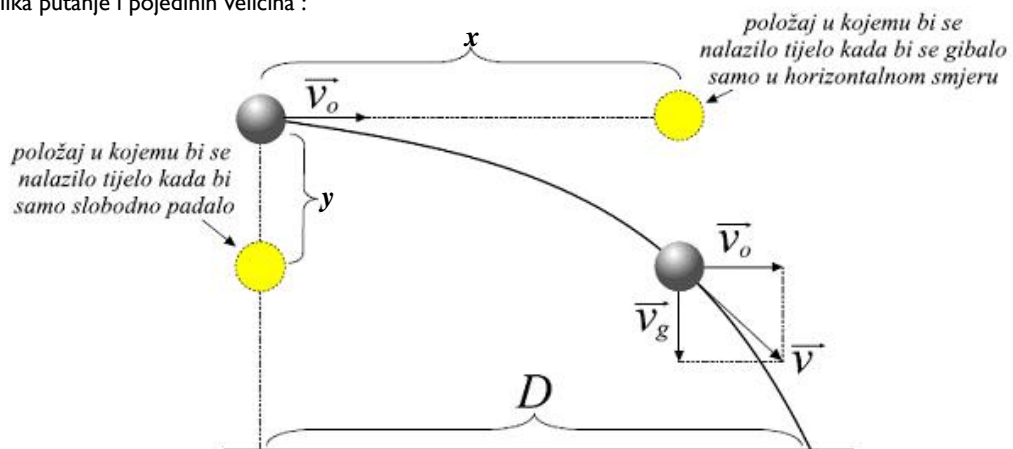
Brzina po komponentama :

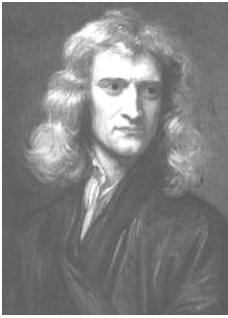
$$v_x = v_0$$

$$v_y = gt$$

v – brzina u bilo kojem trenutku gibanja : $v = \sqrt{v_0^2 + (gt)^2}$

Slika putanje i pojedinih veličina :





DINAMIKA :

Newtonovi zakoni

- Isaac Newton (1642.-1727) – najveći fizičar 17.stoljeća
 - izrekao je 3 zakona mehanike, koji su temelj cjelokupne klasične fizike

I. Newtonov zakon (ZAKON INERCIJE):

Ako je ukupna sila koja djeluje na tijelo nula, tada tijelo ili miruje ili se giba jednoliko po pravcu.
 (miruje ako je i prije mirovalo, a giba se jednoliko ako se i prije tako gibalo – to je smisao tromosti, inercije, ustrajnosti)

Definicija mase, m . Budući je masa temeljni pojam u fizici (poput naboja), definira se pomoću svojstava koje ima.
 Tako se kaže da je masa mjera tromosti tijela. Može se reći i da je masa veličina koja opisuje opiranje tijela prema promjeni brzine (djelovanju sile).

Oznaka za masu je m , a mjerna jedinica u SI-sustavu je kg .

II. Newtonov zakon (Temeljna jednadžba gibanja)

Akceleracija koju tijelo dobija djelovanjem sile, proporcionalna je toj sili a obrnuto proporcionalna masi tijela :

$$a = \frac{F}{m} \left[\frac{m}{s^2} \right] \quad \text{potpuni zapis je u vektorskom obliku :} \quad \vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$$

Popularnija je formula pisana u obliku : $F = ma$ $[N]$ (dakle, sila je jednaka umnošku mase i ubrzanja)

Ovdje je dobro napomenuti da se misli na rezultantnu, tj. ukupnu silu koja djeluje na tijelo.

Dugi naziv (sinonim) za silu je međudjelovanje ili interakcija.

Jednako tako je važno napomenuti da postoji još jedan, često primjenjivan oblik 2.Newtonovog zakona:

Zbog definicije ubrzanja: $F = m \frac{\Delta v}{\Delta t}$ i množenjem sa Δt , dobivamo:

$$F \Delta t = m \Delta v$$

Veličinu $F \Delta t$ nazivamo IMPULS SILE, dok umnožak mase i promjene brzine $m \Delta v$ predstavlja PROMJENU KOLIČINE GIBANJA. Vidi se da su te dvije veličine jednake.

Mjerne jedinice gore navedenih veličina su :

$$[F \Delta t] = Ns, \text{ njutn sekunda} \quad [m \Delta v] = kg \frac{m}{s}$$

IMPULS SILE može se još obilježiti i slovom I : $I = F \Delta t \rightarrow$ impuls sile se grafički prikazuje kao površina lika u F/t grafu

III. Newtonov zakon (zakon AKCIJE i REAKCIJE ili sile i protusile)

Ako tijelo 1 djeluje na tijelo 2 silom $F_{1,2}$, tada će i tijelo 2 djelovati na tijelo 1 silom $F_{2,1}$, koja je jednakog iznosa ali suprotnog smjera u odnosu na prvu silu.

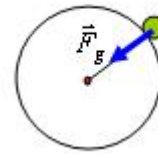
$$\vec{F}_{1,2} = -\vec{F}_{2,1}$$

Ovaj zakon se rijeđe upotrebljava u tipičnim zadacima, iako treba znati da SVAKA REALNA SILA ima svoju PROTUSILU.

Primjeri nekih sila

Gravitacijska sila, \vec{F}_g

Više o gravitacijskoj sili je rečeno u području koje nosi naziv Newtonov ili opći zakon gravitacije.



Ovdje ćemo samo reći o gravitacijskoj sili na Zemlji. To je sila kojom Zemlja djeluje na tijelo koje se nalazi na njoj. Sila je uvijek privlačna, ima hvatište u tijelu a usmjerena je prema središtu Zemlje. Hvatište gravitacijske sile je u tijelu.

Gravitacijska sila se računa prema formuli : $\vec{F}_g = m\vec{g}$

Najčešće se u zadacima koristi skalarni oblik formule : $F_g = mg$ [N]

Ovdje je : m – masa tijela

g - akceleracija slobodnog pada (ubrzanje Zemljine gravitacije)

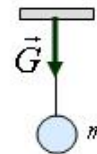
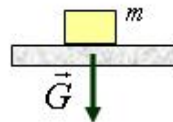
Najčešće se u zadacima koristi da je : $g \approx 10 \frac{m}{s^2}$; inače, za naše zemljopisno područje : $g = 9,81 \frac{m}{s^2}$

Težina, \vec{G}

Težina tijela je posljedica djelovanja gravitacijske sile.

Težina se definira kao sila kojom tijelo djeluje na podlogu ili ovjes (točku u kojoj je obješena).

Znači da je hvatište težine u podlozi ili ovjesu.

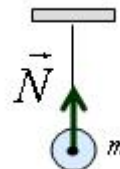


Pasivne sile

Sile reakcije - Javljaju se nakon djelovanja neke sile (akcije). Primjer za sile reakcije su :

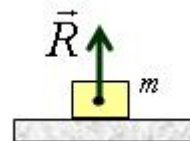
Napetost niti, \vec{N}

- to je sila kojom nit djeluje na tijelo (obješeno na tu nit)
- ona je protusila težine tijela
- hvatište joj je u tijelu



Reakcija podloge, \vec{R}

- to je sila kojom podloga djeluje na tijelo (koje stoji na njoj)
- ona je protusila težine tijela
- hvatište joj je u tijelu

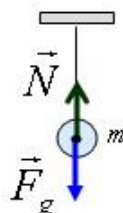


Sada se može, poznavajući I.Newtonov zakon i značenje sila napetosti niti i reakcije podloge, protumačiti mirovanje tijela na podlozi ili ovjesu.

Tijelo je u mirovanju zbog toga što se izjednačavaju gravitacijska sila i sila reakcije podloge (ili napetost niti) :

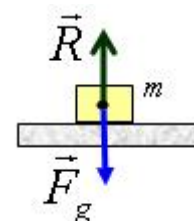
$$\vec{N} + \vec{F}_g = 0$$

$$N = F_g = mg$$



$$\vec{R} + \vec{F}_g = 0$$

$$R = F_g = mg$$



Sila trenja, \vec{F}_{tr}

Trenje (sila trenja) – sila koja se javlja između dodirnih površina dvaju tijela u relativnom gibanju

Formula :
$$F_{tr} = \mu \cdot F_{prit}$$

μ - faktor trenja (koeficijent)

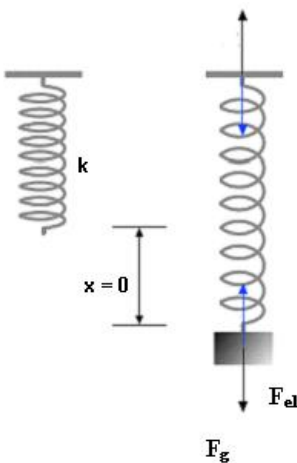
faktor trenja ne može biti veći od 1 : $\mu < 1$ (jer sila trenja ne može biti veća od težine tijela)

\vec{F}_{\perp} - pritisna sila, tj. sila okomita na podlogu po kojoj se tijelo giba

U vrlo čestom broju slučajeva, kada se tijelo giba po horizontalnoj podlozi formula za silu trenja se može pisati (jer je okomita sila pritiska u tom slučaju baš težina tijela) :

$$F_{tr} = \mu G \quad G - \text{težina tijela}$$

Elastična sila, \vec{F}_{el}



- sila koja se javlja kao protusila na djelovanje vanjske sile, koja želi promijeniti oblik tijela
- posljedica je elastičnih svojstava tijela, koja proizlaze iz tipa veze između čestica tijela

oznake :

k – konstanta elastičnosti opruge

x – pomak iz položaja ravnoteže (elongacija, produljenje)(može se koristiti slovo ℓ ili s)

$x = 0$, položaj ravnoteže

Formula elastične sile :
$$F_{el} = -kx$$

Iz formule je vidljivo :

Pomak x je proporcionalan sili i suprotan sili.

(elastična sila vraća tijelo u ravnotežni položaj)

Također se može napisati formula za konstantu elastičnosti :

$$k = \frac{F}{x} \quad \left[\frac{N}{m} \right]$$

Zakon očuvanja količine gibanja

U ZATVORENOM FIZIKALNOM SUSTAVU UKUPNA KOLIČINA GIBANJA JE OČUVANA.

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v'_1 + m_2 v'_2$$

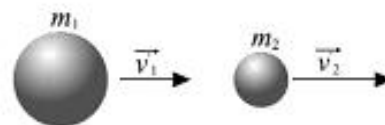
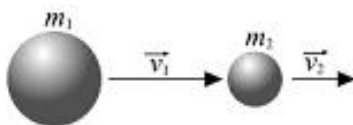
v_1 - brzina prvog tijela prije interakcije
 v_2 - brzina drugog tijela prije interakcije

m_1 - masa prvog tijela

m_2 - masa drugog tijela

v'_1 - brzina prvog tijela poslije interakcije

v'_2 - brzina drugog tijela poslije interakcije



Zatvoreni fizikalni sustav je onaj koji ne međudjeluje sa okolinom. Drugim riječima, to je sustav za koji vrijedi da je suma svih vanjskih sila i momenata sila na taj sustav nula.

Taj se zakon može izreći i ovako :

Ukupna promjena količine gibanja u zatvorenom fizikalnom sustavu je nula.

(tj. nema promjene ukupne količine gibanja) $\vec{p}_{uk} = 0$

mv – količina gibanja

$m\Delta v$ – promjena količine gibanja

Količina gibanja ima mjernu jedinicu : $mv = \left[kg \frac{m}{s} \right]$

Umnožak mase tijela i njegove brzine nazivamo KOLIČINA GIBANJA ili kratko IMPULS (oznaka p).

$$p = mv \quad \left[kg \frac{m}{s} \right]$$

Umnožak mase tijela i promjene njegove brzine nazivamo PROMJENA KOLIČINA GIBANJA :

$$\Delta p = m\Delta v \quad \left[kg \frac{m}{s} \right]$$

Otprije znamo (2.Newtonov z.), da je promjena količine gibanja jednaka IMPULSU SILE : $F\Delta t = m\Delta v$

Posebni slučajevi:

1. elastični sudar 2 tijela (bilijarske kugle; razdvajanje rakete u dva modula; ispaljivanje projektila iz topa
2. neelastični sudar 2 tijela (brod nalijeće na santu leda; sudar dviju glinenih kugli, ...)

Dodatak : KOSINA

Kosina je ravnina nagnuta pod nekim kutom (α) prema horizontalnoj ravnini
oznake veličina: h – visina kosine

l – duljina kosine
 x – treća stranica kosine $x = \sqrt{h^2 - l^2}$

SILE koje djeluju na TIJELO na kosini : \vec{F}_g, \vec{R} i \vec{F}_{tr}

(gravitacijska sila, reakcija podloge i trenje)

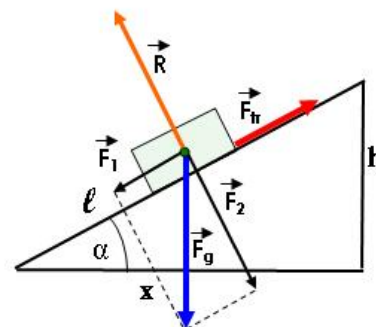
Gravitacijska sila se rastavlja na komponente (zbog analize gibanja) :

$$\vec{F}_g = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$

\vec{F}_1 – komponenta gravitacijske sile duž kosin (paralelna s kosinom)

\vec{F}_2 – komponenta gravitacijske sile okomita na kosinu

\vec{R} – reakcija podloge



Rastavljanje sila na kosini:

Iz sličnosti trokuta $\rightarrow h : l = F_1 : F_g \Rightarrow F_1 = F_g \frac{h}{l} = mg \cdot \frac{h}{l}$

$$h : \sqrt{l^2 - h^2} = F_2 : F_g \Rightarrow F_2 = F_g \frac{\sqrt{l^2 - h^2}}{l} = mg \cdot \frac{\sqrt{l^2 - h^2}}{l}$$

U slučaju kosine, sila trenja se računa po formuli : $F_{tr} = \mu \cdot F_2$, jer je sila \vec{F}_2 okomita na kosinu

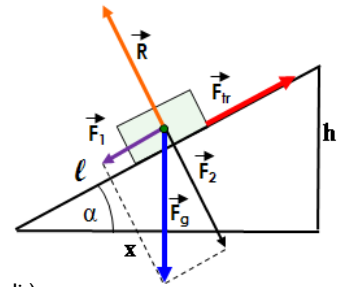
Analiza gibanja tijela na kosini:

I. UVJET MIROVANJA tijela na kosini :

UKUPNA SILA na TIJELO mora biti jednaka nuli (1.Newtonov zakon)

duž kosine : $F_1 \leq F_{tr}$

okomito na kosinu : $F_2 = R$

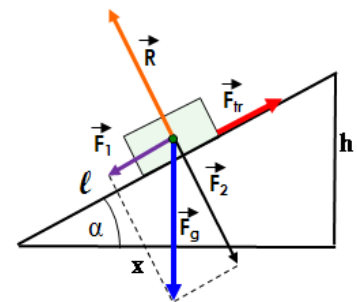


II. GIBANJE tijela na kosini :

a) jednoliko niz kosinu (uvjet je da ukupna sila koja djeluje na tijelo duž kosine bude jednaka nuli) :

$$F_1 = F_{tr}$$

$$mg \frac{h}{l} = \mu mg \frac{\sqrt{l^2 - h^2}}{l} \Rightarrow \mu = \frac{h}{\sqrt{l^2 - h^2}}$$



b) jednoliko ubrzano niz kosinu : $\vec{F}_1 > \vec{F}_{tr} \Rightarrow$ razlika tih dviju sila ubrzava tijelo

jednadžba gibanja : $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_{tr}$

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

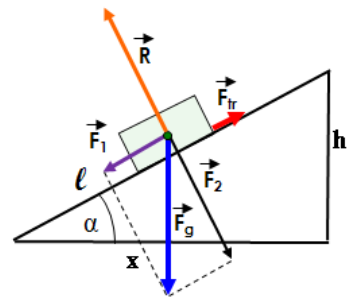
u vektorskom obliku : $m\vec{a} = \vec{F}_1 + \vec{F}_{tr}$

u skalarnom obliku : $ma = F_1 - F_{tr}$

sila trenja na kosini : $F_{tr} = \mu F_2 = \mu mg \frac{\sqrt{l^2 - h^2}}{l}$

$$ma = mg \frac{h}{l} - \mu mg \frac{\sqrt{l^2 - h^2}}{l} \quad / : m$$

ubrzanje tijela niz kosinu : $a = g \frac{h}{l} - \mu g \frac{\sqrt{l^2 - h^2}}{l}$

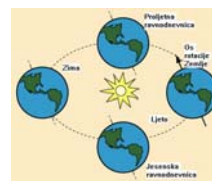
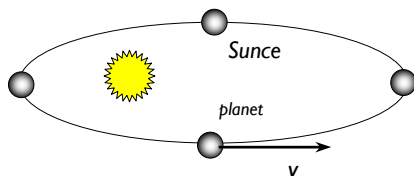


c) da bi se tijelo ubrzavalo uz kosinu, trenje mora biti dovoljno veliko da omogući takvo gibanje : $F_{tr} > F_1$

Keplerovi zakoni

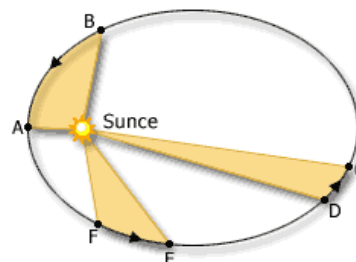
Prvi zakon

1) PLANETI se gibaju po elipsama oko Sunca u čijem je jednom žarištu Sunce.



Drugi zakon

2) Položajni vektor PLANETA u jednakim vremenskim intervalima opisuje jednake površine.
Posljedica tog zakona je da se planete, kada su bliže Suncu gibaju brže.

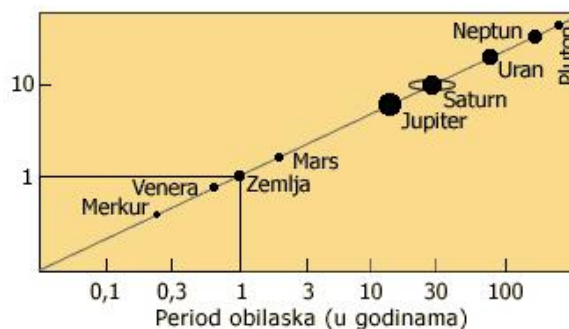


Treći zakon

3) Kvadrati opodnih vremena planeta oko Sunca odnose se kao kubovi njihovih srednjih udaljenosti od Sunca :

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{a_1^3}{a_2^3}$$

radijus putanje



U ovom zakonu se uzima da su putanje planeta kružnice.

$a_1 = r_1$, radijus putanje planete 1

$a_2 = r_2$, radijus putanje planete 2

On povezuje gibanje planeta u Sunčevom sustavu i omogućuje da se na temelju perioda obilaska planeta oko Sunca jednostavno odrede prave udaljenosti i odnosi u njemu.

Ovaj zakon vrijedi kako za planete tako i za sustave satelita, pri čemu je vrijednost konstante za svaki sustav različita.

AU = a.j. = a udaljenost Zemlja-Sunce (astronomska jedinica) ... oko 150 milijuna km

Primjeri za III. Keplerov zakon

Planet	T(god)	a(AU)	T ²	a ³
Merkur	0.24	0.39	0.06	0.06
Venera	0.62	0.72	0.39	0.37
Zemlja	1.00	1.00	1.00	1.00
Mars	1.88	1.52	3.53	3.51
Jupiter	11.9	5.20	142	141
Saturn	29.5	9.54	870	868



U ovom zakonu, umjesto oznake a mogu se koristiti oznake r ili R .

Opći zakon gravitacije

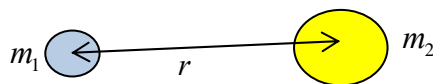
Isaac Newton (1642.-1727.)

Zakon je poznat i kao Newtonov zakon gravitacije.

Newtonov zakon gravitacije je prirodni zakon koji opisuje pojavu općeg privlačenja među svim tijelima u svemiru. Smatra se "najveličanstvenijim poopćenjem koje je ikad učinio ljudski um".



Ista ona sila, koja privlači poslovičnu Newtonovu jabuku tlu, održava Mjesec u njegovoj putanji oko Zemlje i planete u njihovim putanjama oko Sunca.



ova formula je **opći zakon gravitacije**

$$F = \Gamma \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

m_1, m_2 – mase planeta (može i slovo M)

$$\Gamma = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{Nm^2}{kg^2} \text{ - opća gravitacijska konstanta}$$

r – međusobna udaljenost masa

Ovdje ćemo ponoviti stečeno znanje o gravitacijskoj sili na Zemlji.

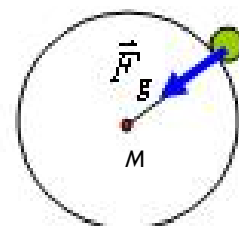
To je sila kojom Zemlja djeluje na tijelo koje se nalazi na njoj. Sila je uvijek privlačna, ima hvatište u tijelu a usmjerena je prema središtu Zemlje.

Gravitacijska sila se računa prema formuli : $\vec{F}_g = m\vec{g}$

Najčešće se u zadacima koristi skalarni oblik formule : $F_g = mg$ [N]

m – masa tijela

g - akceleracija slobodnog pada (ubrzanje Zemljine gravitacije)



Najčešće se u zadacima koristi da je : $g \approx 10 \frac{m}{s^2}$

(inače, za naše zemljopisno područje : $g = 9,81 \frac{m}{s^2}$)

Iz općeg zakona gravitacije možemo zaključiti da se akceleracija slobodnog pada na bilo kojem planetu (nebeskom objektu) može izračunati pomoću formule :

M – masa planeta

R – radijus planeta

$$g = \Gamma \frac{M}{R^2}$$

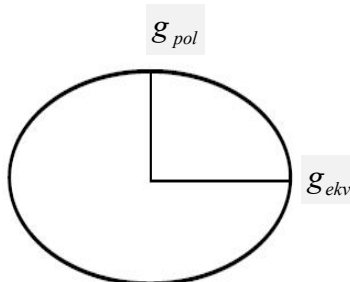
Akceleracija slobodnog pada obrnuto je proporcionalna radijusu planeta :

$$g \sim \frac{1}{R^2} \Rightarrow g_{ekv} < g_{pol}$$

za Zemlju vrijedi :

$$g_{ekv} < g_{pol}$$

jer je $R_{ekv} > R_{pol}$



ubrzanje slobodnog pada na Zemlji :

$$g_{pol} = 9,83 \text{ m/s}^2$$

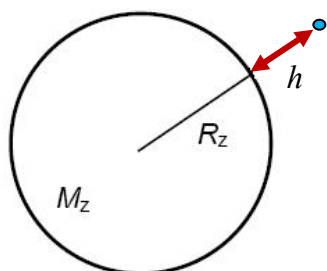
$$g_{ekv} = 9,78 \text{ m/s}^2$$

Sada nam je jasno zašto se g na Zemlji mijenja ovisno o zemljopisnoj širini. (slika gore)

Primjeri – primjena općeg zakona gravitacije:

1) računanje težine tijela (npr. na Zemlji)

$$F_g = mg \Rightarrow g = \Gamma \frac{M_Z}{R_Z^2}, \text{ akceleracija slobodnog pada } g \approx 10 \frac{m}{s^2}$$

 M_Z – masa Zemlje R_Z – radijus Zemlje
2) računanje težine tijela, G' , na nekoj visini od površine Zemlje
 R_Z – radijus Zemlje h – visina iznad površine Zemlje

$$G' = \Gamma \frac{M_Z m}{(R_Z + h)^2}$$

$$r = R_Z + h$$

3) računanje g , ubrzanja slobodnog pada (za bilo koje nebesko tijelo) : $g = \Gamma \frac{M_p}{R_p^2}$
 M_p – masa planet R_p – radijus planeta
Sateliti

Satelit je objekt koji se giba oko nekog masivnog tijela u Svemiru.

Da bi neko tijelo postalo satelit, mora biti ispunjen uvjet :

tj. gravitacijska sila ima ulogu centripetalne sile : $F_{cp} = F_g$

$$v = \sqrt{rg}$$

$$m \frac{v^2}{r} = mg$$

Za Zemljin satelit ta brzina iznosi : $v = \sqrt{R_Z g} \approx 7,9 km/s$, prva svemirska brzina

- Za nas su od posebnog značenja tzv. geostacionarni sateliti** - ostaju uvijek iznad iste točke ekvatora. Period im je jednak periodu tijela čiji su satelit.
- GEO sateliti su danas najčešći tipovi korištenih komunikacijskih satelita.
- GEO satelit se nalazi na kružnoj orbiti 36 853 km iznad površine Zemlje i rotira u ekvatorijalnoj ravnini Zemlje istom brzinom kojom rotira i Zemlja.

PRVA SVEMIRSKA (KOZMIČKA) BRZINA

- prva kozmička brzina je brzina koju treba dati tijelu da postane UMJETNI SATELIT nekog planeta

$$\text{uvjet: } F_g = F_{cp} \Rightarrow \frac{mv^2}{R} = mg \Rightarrow v = \sqrt{gR} = v_I$$

R – radijus planeta

Za Zemlju : $v_I = 7,9 \frac{km}{s}$ (radijus Zemlje $R_Z \approx 6400 km$)**DRUGA SVEMIRSKA (KOZMIČKA) BRZINA**

- brzina koju treba dati tijelu da zauvijek napusti planet

- uvjet : kinetička energija tijela na površini planeta mora biti jednaka (ili veća) gravitacijskoj potencijalnoj

$$\frac{1}{2}mv^2 = mgR$$

Za Zemlju je :

$$v^2 = 2gR \Rightarrow v = \sqrt{2gR} = v_{II}$$

$$v_{II} = 11,2 \frac{km}{s}$$

Vidi se da postoji veza : $v_{II} = \sqrt{2} \cdot v_I$

DODATAK :

Izvod trećeg Keplerovog zakona :

$$F_{cp} = F_g$$

$$\Gamma \frac{M_S M_P}{r^2} = M_P \omega^2 r$$

M_S – masa Sunca

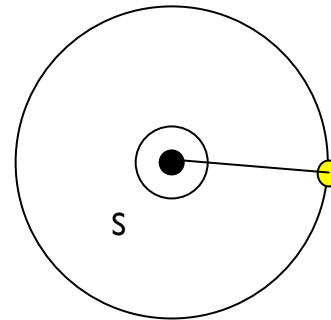
M_P – masa planeta

$$\Gamma \frac{M_S}{r^2} = \frac{4\pi^2 r}{T^2} \cdot r \cdot T^2$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$\Gamma M_S T^2 = 4\pi^2 r^3 \quad / : \Gamma M_S r^3$$

$$\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{\Gamma M_S} = konst. \Rightarrow \frac{T_1^2}{r_1^3} = \frac{T_2^2}{r_2^3} \quad \text{tj.} \quad \frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{r_1^3}{r_2^3}$$



Energija - sposobnost obavljanja rada

- 1) **Kinetička energija – energija gibanja**

$$E_{kin} = \frac{1}{2}mv^2 \quad [J] \rightarrow \text{džul}$$

- 2) **Potencijalna energija – energija položaja**

- a) Gravitacijska
- b) Elastična

a) Gravitacijska energija E_{gp} $E_{gp} = mgh$ [J]

- je energija koju ima tijelo zbog položaja u gravitacijskom polju Zemlje

- b) Elastična potencijalna energija E_{el} [J]

$$E_{el} = \frac{1}{2}kx^2$$

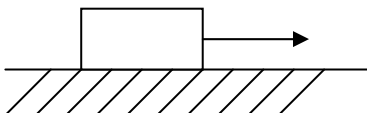
k- konstanta elastičnosti opruge $\left[k = \frac{F}{x} \right] \left(\frac{N}{m} \right)$

x- produljenje opruge

Rad - djelovanje (savladavanje)sile na putu.

$$W = FS \quad [J = Nm]$$

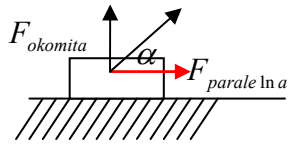
Formula vrijedi samo kada je sila paralelna s putom.



Ovdje treba biti oprezan :

Dakle, kada je sila okomita na put ONA NE OBAVLJA RAD. Npr. centripetalna sila ne radi, tj. njen rad je nula.

Općenito kada sila **nije paralelna** s putom, uzima se njezina **paralelna komponenta** :



$$W = F_{\text{paralelna}} \cdot s = F \cdot s \cdot \cos \alpha$$

α – kut između sile i puta

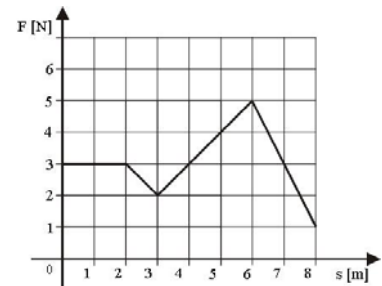
$F_{\text{paralelna}}$ - komponenta sile paralelne s putom

Rad je jednak promjeni energije : $W = \Delta E$ npr. $\Delta E = E_{\text{kon}} - E_{\text{poc}}$
bit će pojašnjeno na primjeru slobodnog pada

Grafički prikaz rada

Rad se grafički prikazuje u F/s grafu. Rad je jednak površini lika ispod krivulje (pravca) ovisnosti sile o putu u F/s grafu :

Na primjer :



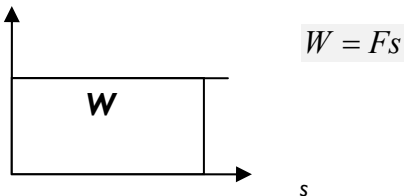
Razmotrit ćemo dva jednostavna primjera :

1. Ako je sila stalna, $F = \text{konst.}$

2. Ako je sila razmjerna s putom : $F \sim s$

Takav primjer imamo kod elastične sile.

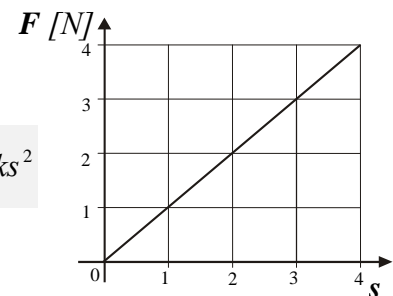
F



$$W = Fs$$

$$W = \frac{1}{2} ks^2$$

$$E_{\text{el}} = \frac{1}{2} ks^2$$



Zakon očuvanja energije

Ukupna energija u zatvorenom sustavu je konstantna, tj. ne mijenja se pri prijelazu sustava iz jednog stanja u drugo.

$$E_{\text{uk}} = \text{konst.}$$

Primjer je slobodni pad :

pretvorbe energije $E_{\text{gp}} \rightarrow E_{\text{kin}}$ (slobodni pad)

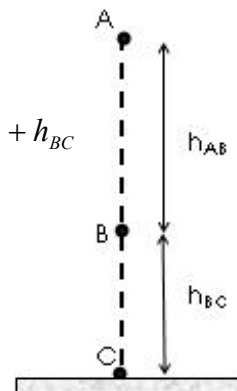
$$h = h_{AB} + h_{BC}$$

Z.O.E : $E_{\text{uk}} = E_{\text{gp}}$... u točki A

U točki B :

$$E_{\text{uk}} = E_{\text{gpB}} + E_{\text{kinB}} = mgh_{BC} + mgh_{AB} = mg(h_{BC} + h_{AB})$$

$$E_{\text{uk}} = mgh = E_{\text{gr}} = E_{\text{uk}}$$



Snaga i korisnost

SNAGA je fizikalna veličina koja opisuje sustav koji obavlja radi i pokazuje koliki rad obavljen u jedinici vremena (pokazuje brzinu obavljenog rada).

$$P = \frac{W}{t}$$

Snaga je fizikalna veličina koja mjeri brzinu prijenosa energije.
W - rad

t - vremenski interval

$$\text{Mjerna jedinica snage je wat : } [P] = \frac{J}{s} = W$$

Korisnost (koeficijent iskorištenja) je fizikalna veličina koja karakterizira stroj i pokazuje koliki dio uložene energije (rada) stroj vraća u korisnom obliku.

Korisnost se definira omjerom dobivene E_d i uložene energije E_u , odnosno dobivenog W_d i uložene rada W_u :

Jednako tako se može napisati $\eta = \frac{E_d}{E_u} = \frac{W_d}{W_u}$ i formula za korisnost preko snaga : $\eta = \frac{P_d}{P_u}$

Korisnost nikada ne može biti veća od 1, jer bi tada bio narušen zakon očuvanja energije : $\eta \leq 1$

HIDROMEHANIKA :

HIDROSTATIKA

TLAK p - je skalarna veličina; predstavlja silu koja djeluje okomito na jedinicu površine : $p = \frac{F}{A}$

Ako sila ne djeluje okomito, uzima se njena okomita komponenta.

Mjerna jedinica tlaka : $[p] = \frac{N}{m^2} = Pa$, paskal (počasna mjerna jedinica – B. Pascal)

Ostale jedinice za tlak : 1 bar = 10^5 Pa
1 mm Hg = 1 torr = 133,33 Pa
1 atm = 760 mm Hg = 101 325 Pa \approx 1 013 hPa

Vrste tlakova : UNUTARNJI – hidrostatski tlak
VANJSKI – hidraulički tlak

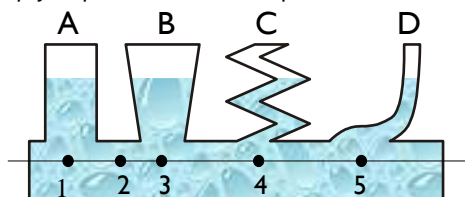
HIDROSTATSKI TLAK - unutrašnji tlak u fluidu; posljedica je težine fluida

Računa se po formuli : $p = \rho gh$ g – akceleracija slobodnog pada
 h - dubina

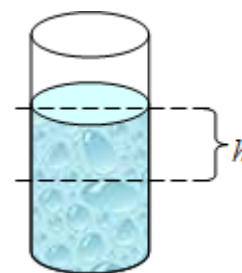
Izvod formule :

$$p = \frac{G}{A} = \frac{mg}{A} = \frac{\rho Vg}{A} ; V = Ah ; p = \frac{\rho Vg}{\frac{V}{h}} = \rho gh$$

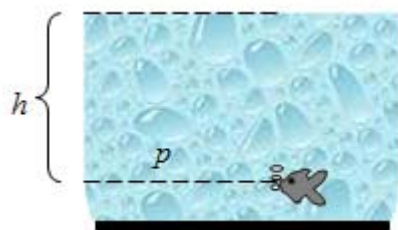
Spojene posude – hidrostatski paradoks



Hidrostatski tlak u točkama 1 – 5 je isti.

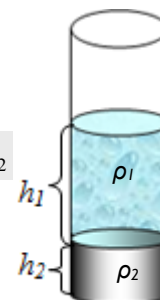


Ukupni tlak (na nekoj dubini) dobije se zbrajanjem atmosferskog i hidrostatskog tlaka :



$$P_{uk} = P_{atm} + \rho gh$$

$$p_{uk} = p_{atm} + \rho_1 gh_1 + \rho_2 gh_2$$



VAŽNO : Razlika tlakova NE ovisi o atmosferskom tlaku.

Dokaz :

$$\Delta p = p_2 - p_1$$

$$\Delta p = p_{atm} + \rho gh_2 - (p_{atm} + \rho gh_1)$$

$$\Delta p = \rho gh_2 - \rho gh_1 = \rho g(h_2 - h_1) = \rho g \Delta h$$

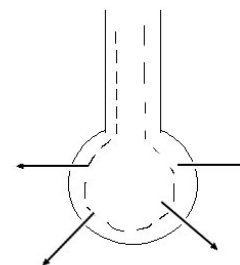
Razlika tlaka ovisi samo o razlici dubina Δh : $\Delta p = \rho g \Delta h$

HIDRAULIČKI TLAK - vanjski tlak u fluidu

Blaise Pascal, 17.st. – francuski fizičar

Pascalov zakon (Pascalova kugla – slika desno) :

Vanjski tlak u fluidu širi se na sve strane jednako.

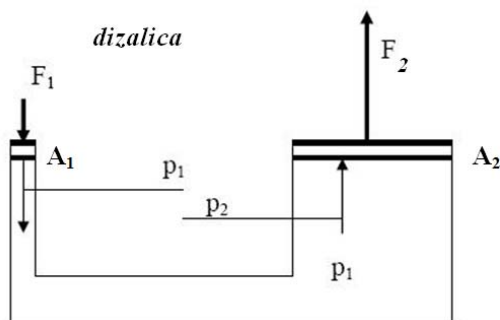


Načelo rada hidrauličke dizalice ili preše

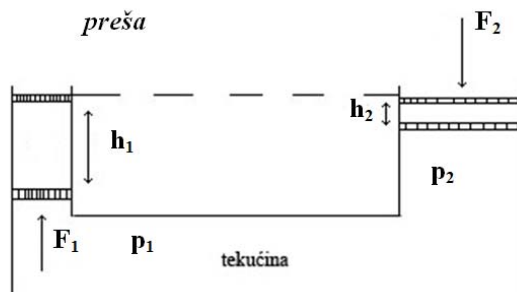
Uvjet : u uređaju mora biti tekućina, jer je ona za razliku od plina nestlačiva.

Malom silom (F_1) na dužem putu savladava se veća sila (F_2) na kraćem putu.

Manjom silom savladava se veća sila → načelo poluge (vidi sliku dolje) :



$$p_1 = p_2$$



Zbog Pascalovog zakona tlakovi ispod lijevog i desnog klipa su jednaki : $\frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2} \Rightarrow \frac{F_1}{F_2} = \frac{A_1}{A_2}$

Zbog nestlačivosti tekućine : $V_1 = V_2$

$$A_1 \cdot h_1 = A_2 \cdot h_2 \Rightarrow \frac{A_1}{A_2} = \frac{h_2}{h_1} \quad \text{Što ima za posljedicu : } \frac{F_1}{F_2} = \frac{h_2}{h_1}$$

Ovo je tzv. zlatno pravilo mehanike : koliko smo dobili na sili izgubili smo na putu.

ATMOSFERSKI TLAK, p_{atm}

- je hidrostatski tlak, koji postoji zbog težine atmosfere
- atmosferski tlak opada sa visinom, a raste sa dubinom (na svakih 10 m opada/raste za 1mmHg = 133,33 Pa)
- grubo se može izračunati prema formuli :

h – dubina/visina

$$p_h = p_{atm} \pm \frac{133,33Pa}{10m} \cdot h$$

, tlak na nekoj dubini / visini

Znak + se koristi kada se ide u dubinu, a znak – kada se penje u visinu.

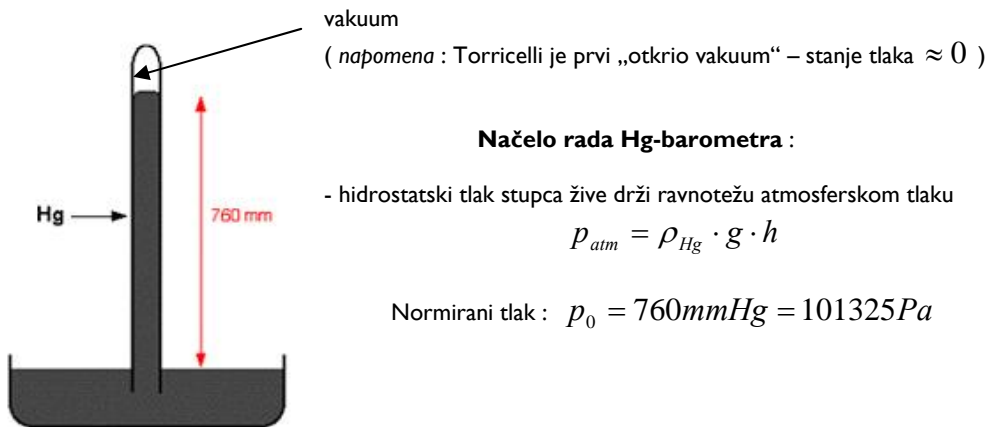
p_{atm} – tlak na 0^o nadmorske visine (ili onoj koja je odabrana za početnu)

Preciznija formula je : $p_{atm} = p_0 \pm \rho_{zrak}gh$ znak + se uzima za tlak na nekoj dubini
znak – se koristi za računanje tlaka na nekoj visini

UREĐAJ ZA MJERENJE TLAKA

živin barometar → E. Torricelli, 17. st.

Skica :



Načelo rada Hg-barometra :

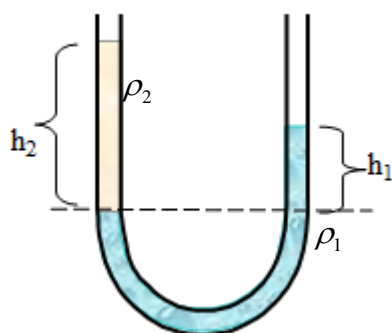
- hidrostatski tlak stupca žive drži ravnotežu atmosferskom tlaku

$$p_{atm} = \rho_{Hg} \cdot g \cdot h$$

Normirani tlak : $p_0 = 760mmHg = 101325Pa$

U - cijev

U – cijev služi za određivanje gustoće nepoznatog fluida (npr. neka je gustoća ρ_1 nepoznata)



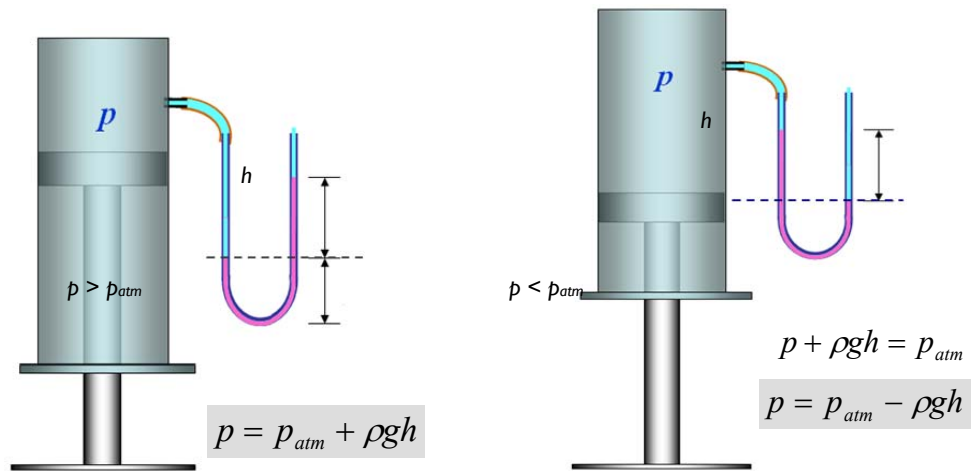
Na granici dva fluida tlakovi su jednaki :

$$p_{atm} + \rho_1gh_1 = p_{atm} + \rho_2gh_2$$

$$\rho_1gh_1 = \rho_2gh_2 \Rightarrow \rho_1 = \frac{\rho_2h_2}{h_1}$$

Otvoreni manometar

- o uređaj za mjerenje tlaka u zatvorenom prostoru
- o u načelu je to U-cijev



Uzgon , sila uzgona



Arhimedov zakon

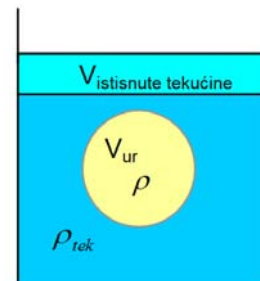
Arhimed (grč. *Archimedes*, oko 287.-212. p. n. e.) je najveći fizičar i jedan od najvećih matematičara Starog vijeka.



ARHIMEDOV zakon - volumen istisnute tekućine jednak je volumenu uronjenog tijela.

$$V_{istisnute\ tekucine} = V_{uronjenog\ tijela} \quad \rho - \text{gustoća uronjenog tijela} \quad \rho_{tek} - \text{gustoća tekućine}$$

TEŽINA tijela uronjenog u fluid smanjuje se za iznos težine istisnutog fluida . Ta sila nosi naziv sila uzgona – ili kratko, uzgon. Težinu uronjenog tijela osjeća fluid.



Uzgon, F_{uz}

- sila kojom fluid djeluje na uronjeno tijelo
- smanjuje težinu tijela
- djeluje vertikalno prema gore, posljedica je djelovanja hidrostatskih tlakova na donju i gornju plohu tijela

$\rho_{tek} - \text{gustoća tekućine (fluida)}$

Formula : $F_{uz} = \rho_{tek} \cdot g \cdot V_{ur}$ $V_{ur} - \text{volumen uronjenog tijela (samo onaj dio koji je u fluidu)}$

$(V_{ur} = V_{istisnute\ tekucine} \Leftrightarrow \text{Arhimedov zakon})$

DODATAK :

1.Može se pokazati da je sila uzgona jednaka je TEŽINI ISTISNUTOG FLUIDA – to bi bila druga formulacija Arhimedovog zakona :

Dokaz: $F_{uz} = \rho_{tek} \cdot g \cdot V_{istisnute\ tekucine} = m_{istisnute\ tekucine} \cdot g = G_{istisnute\ tekucine} = m_{istisnute\ tekucine} \cdot g = F_{uz}$

$$G_{istisnute\ tekucine} = F_{uz}$$

2. Kada tijelo u fluidu miruje, vrijedi da je gravitacijska sila jednaka sili uzgona :

$$F_g = F_{uz}$$

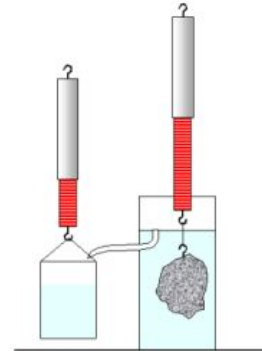
Detaljnije : $mg = \rho_{tek} g V_{ur}$

3. Težina tijela u fluidu smanjuje se za iznos sile uzgona i iznosi G' :

$$G' = G - F_{uz}$$

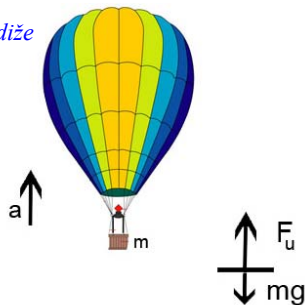
$$G' = G - F_{uz} = mg - \rho_{tek} g V_{ur} = mg - \rho_{tek} g \cdot \frac{m}{\rho_{tijela}}$$

$$G' = mg \left(1 - \frac{\rho_{tek}}{\rho_{tijela}} \right)$$

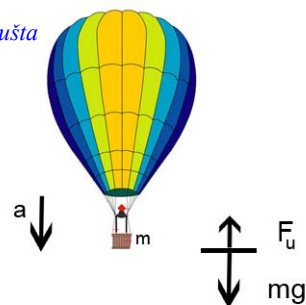


4. Ovisno o omjeru gravitacijske sile i uzgona, tijelo u fluidu može ili lebdjeti ili tonuti ili izranjati iz fluida :

balon se diže



balon se spušta



detaljnije - **UVJETI** koji proizlaze iz odnosa gravitacijske sile i sile uzgona :

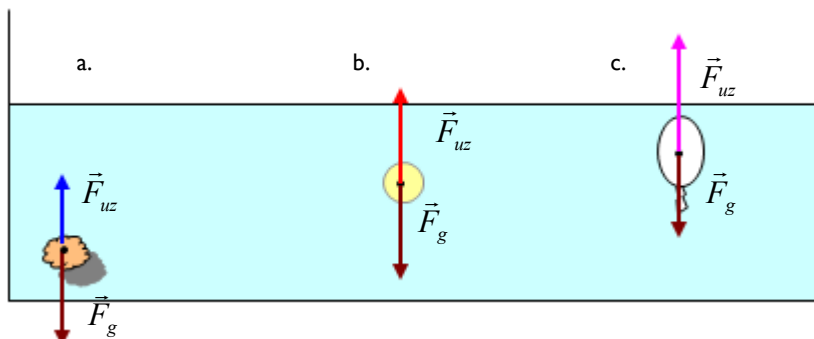
- a. tonjenja $\rightarrow \rho_{tek} < \rho_{tijela}$
 - b. plivanja $\rightarrow \rho_{tek} = \rho_{tijela}$
 - c. izranjanja $\rightarrow \rho_{tek} > \rho_{tijela}$
- } vidi sliku
} dolje

npr. slučaj b.

$$F_{uz} = F_g$$

$$\rho_{tek} g V = \rho_{tijela} g V$$

$$\rho_{tek} = \rho_{tijela}$$



HIDROMEHANIKA :

HIDRODINAMIKA

Pojmovi – definicije :

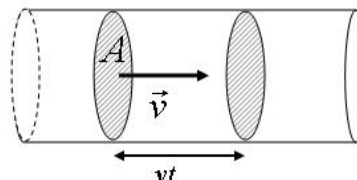
jakost struje fluida = protok, q

idealni fluid – nestlačiv, nema unutarnjeg trenja (viskoznosti)

strujnice – zamišljene krivulje koje opisuju strujanje fluida

Protok q je količina fluida koji u jedinici vremena proteče okomito kroz poprečni presjek strujne cijevi :

$$q = \frac{\Delta V}{\Delta t} \quad \begin{array}{l} \Delta V - \text{volumen} \\ \Delta t - \text{vrijeme} \end{array}$$



Mjerna jedinica za protok je : $[q] = \frac{m^3}{s}$

(Napomena : gore definirani protok je, preciznije rečeno, volumni protok. Postoji i maseni protok, koji je omjer mase i vremena.)

stacionarno strujanje – ono kod kojega, u jednakim vremenskim intervalima, kroz svaki presjek cijevi proteče jednaka količina fluida

Jednadžba kontinuiteta (neprekidnosti)

Za stacionarno strujanje idealnog fluida vrijedi da je protok stalan : $q = konst.$

- to znači da u jednakim vremenskom intervalima kroz svaki presjek strujne cijevi proteče jednaka količina fluida.

Zato se, za stacionarno strujanje može pisati : $q = \frac{V}{t}$, što dalje daje :

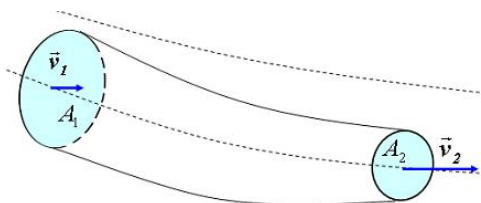
$$q = \frac{A \cdot vt}{t} \Rightarrow q = Av \quad vt - \text{put koji prijeđe fluid}$$

Tako smo dobili „novu“ formulu za protok \rightarrow protok je jednak umnošku brzine v i površine presjeka A

Za stacionarno strujanje će, zbog jednadžbe kontinuiteta će biti : $A_1 \cdot v_1 = A_2 \cdot v_2$

Iz ove posljednje jednadžbe se vidi da, ako se cijev sužava, brzina raste; odnosno, ako se cijev proširuje brzina strujanja se smanjuje.

Dakle, **tamo gdje je cijev uža, fluid struji brže.**



Brzina istjecanja fluida

pretpostavke : idealni fluid, stacionarno strujanje

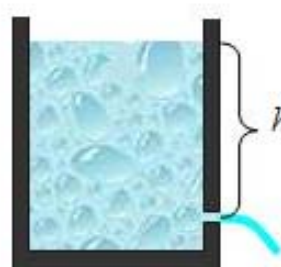
Prema E.Torricelliju, idealni fluid, kada istječe iz posude u kojoj je otvor za istjecanje na dubini h , imat će brzinu istjecanja (Torricelijev zakon istjecanja) :

$$v = \sqrt{2gh} \quad g - \text{akceleracija slobodnog pada}$$

Formula proizlazi iz zakona očuvanja energije :

$$mgh = \frac{mv^2}{2} \Rightarrow v^2 = 2gh$$

(Ovdje se treba prisjetiti horizontalnog hitca.)



Rad pri strujanju fluida

pretpostavke : idealni fluid, stacionarno strujanje

Fluid struji kada u njemu, na istoj dubini u različitim točkama, postoji razlika tlakova Δp .

Dimenziona analiza : $[p \cdot V] = Pa \cdot m^3 = \frac{N}{m^2} \cdot m^3 = Nm = J$

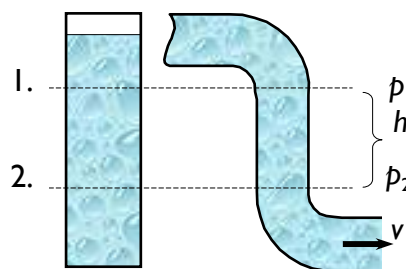
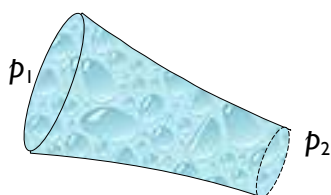
Umnožak tlaka i volumena ima dimenziju (mjernu jedinicu) energije, tj. rada.

Dakle, promjena energije, koja će odgovarati radu pri protjecanju fluida će biti: $W = p \cdot \Delta V + V \cdot \Delta p$

Kako mi razmatramo samo stacionarno strujanje uz $V = konst.$, bit će : $W = V \cdot \Delta p$ [J]

$$\Delta p = p_2 - p_1, \text{ razlika tlakova}$$

Kada fluid struji kroz cijevi, on obavlja rad.



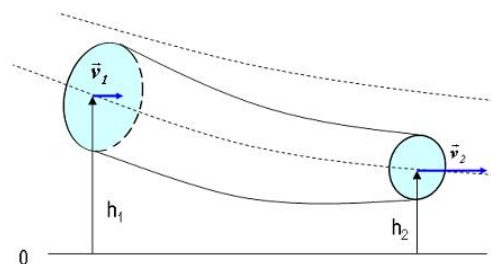
Bernoullijeva jednadžba

pretpostavke : idealni fluid, stacionarno strujanje

Daniel Bernoulli, (1700. – 1782.), švicarski fizičar i matematičar

Bernoullijeva jednadžba ili Bernoullijev zakon:

- vrijedi za idealni fluid i za stacionarno strujanje
- proizlazi iz zakona očuvanja energije (Z.O.E.) primijenjenog na fluid :
U zatvorenom fizikalnom sustavu ukupna energija fluida koji struji mora biti očuvana



Izvod formule:

$$W_1 + \frac{1}{2}mv_1^2 + mgh_1 = W_2 + \frac{1}{2}mv_2^2 + mgh_2$$

$$p_1V_1 + \frac{1}{2}mv_1^2 + mgh_1 = p_2V_2 + \frac{1}{2}mv_2^2 + mgh_2$$

$$V_1 = V_2 = V = konst.$$

$$m = \rho V \quad \text{iz} \quad \rho = \frac{m}{V}$$

$$p_1V + \frac{1}{2}\rho Vv_1^2 + \rho Vgh_1 = p_2V + \frac{1}{2}\rho Vv_2^2 + \rho Vgh_2$$

Podijelivši gornju jednadžbu sa volumenom V dobijemo :

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho gh_1 = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho gh_2$$

oznake veličina :

W – rad vanjske sile

$\frac{1}{2}mv^2$ – kinetička energija fluida

mgh – potencijalna energija fluida

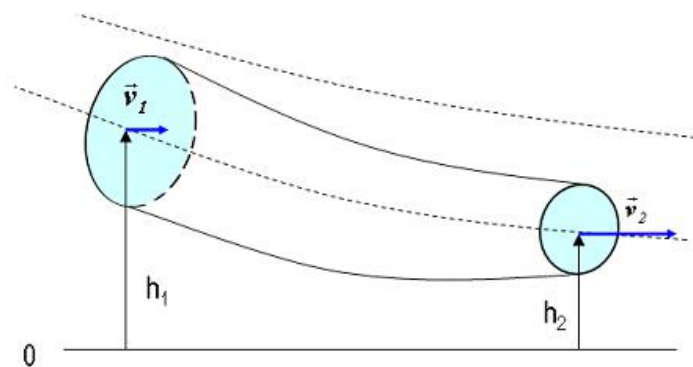
v – brzina strujanja fluida

p – vanjski tlak

ρgh – hidrostatski tlak

$\frac{\rho v^2}{2}$ – dinamički tlak, tlak zbog strujanja fluida

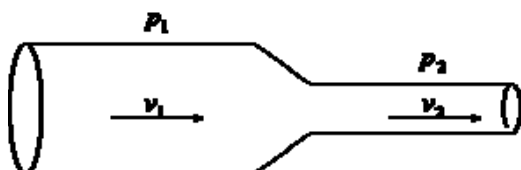
} statički
tlak



Ili kraće : $p_{uk} = konst.$

Pri stacionarnom strujanju idealnog fluida ukupni tlak je stalan; to je Bernoullijev zakon ili Bernoullijeva jednačba.

Ako je cijev kroz koju protječe fluid horizontalna, bit će $h_1 = h_2$, pa imamo :



$$p_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2$$

Pri stacionarnom strujanju idealnog fluida kroz horizontalnu cijev, zbroj statičkog i dinamičkog tlaka je stalan (jednak u svakom presjeku cijevi). To je pojednostavljeni Bernoullijev zakon.

Iz gornje jednačbe vidimo da se na mjestima gdje se poveća brzina fluida povećava dinamički tlak, a smanjuje statički (jer njihova suma mora ostati stalna).

Ta činjenica se naziva Bernoullijev učinak (efekt).

Zbog Bernoullijevog učinka Bernoullijeva jednačba ima važnu primjenu. Npr., pri plovidbi brodova, ako su oni relativno blizu jedan drugome, može u prostoru između njih doći do velikog porasta dinamičkog tlaka vode uz istodobni pad statičkog tlaka vode. Time se javi razlika statičkih tlakova između vode sa strane i vode u prostoru između brodova, što uzrokuje pojavu **negativnog tlaka vode i pojavu sile koja jedan brod gura prema drugome.**

Također, pri gradnji odvodnih kanala treba voditi računa o Bernoullijevom učinku.

